

La cassetta degli attrezzi: oggetti e strumenti per fare matematica

Drivet Alessio
docente di Matematica Applicata
Via Po 32, 10123 Torino TO
alessio.drivet@tin.it

Il tema riguarda l'utilizzo di oggetti che hanno un legame con la matematica. Si tratta di artefatti molto vari, alcuni con evidenti connotazioni disciplinari, altri che costituiscono uno spunto per approfondire temi matematici più o meno usuali. Molti di essi hanno una versione informatica, nel senso che fanno riferimento a simulazioni al computer. I materiali costituiscono un vero e proprio abbecedario che potrà essere letto come un dizionario oppure analizzato per contenuto. E' una collezione di oggetti evidentemente non esaustiva e senza ambizioni di originalità che però può costituire una base per fare matematica in modo meno astratto. Attualmente sono stati predisposti dall'autore novanta oggetti e altri sono in preparazione.

Introduzione

Quando rubi da un autore è plagio, quando rubi da tanti è ricerca.

Wilson Mizner

Sul piano della didattica si è passati (solo in parte) dalla matematica "classica", suddivisa in algebra, geometria, analisi, ecc. alla matematica per il cittadino (numeri ed algoritmi, spazio e figure, relazioni e funzioni, dati e previsioni). Accanto a questa modifica si è sviluppato un dibattito sul ruolo degli oggetti e degli strumenti matematici in relazione con la disciplina stessa.

Due domande

1. *E' giusto partire dalla matematica e arrivare agli "oggetti e strumenti" oppure conviene partire da oggetti e strumenti per "fare matematica"?*

In realtà non è corretto considerare questa scelta come base di un paradigma e quindi conviene mescolare i due livelli, talvolta partendo da una domanda matematica, talvolta rovesciando il procedimento.

2. *Nella didattica di un docente di matematica è necessario l'uso del computer?*

La risposta, come spesso accade, è ... dipende. Chi gioca a carte legge dei libri sull'argomento, usa software dedicato, ma non può sostituire la materialità-fisicità di quei rettangoli colorati.

Una prima risposta

Il docente di matematica deve entrare in classe sia con una cassetta piena di attrezzi materiali sia con un computer pieno di attrezzi virtuali.

La quantità di attrezzi da portare in classe è ampia, dall'abaco alle carte, dalla roulette ai dadi, dal misura-spaghetti alla torcia elettrica, dal labirinto alla scacchiera, ecc. In questo testo sono citati novanta oggetti a cui si associano le simulazioni.

Oggetti e contenuti matematici

Attualmente è disponibile il sito <http://adrivet.xoom.it/virgiliowizard/home> dove sono presentati 21 oggetti, uno per ogni lettera dell'alfabeto italiano. Il progetto prevede però che tutti gli artefatti abbiano, in futuro, un loro spazio.

Trattandosi di oggetti che fanno riferimento alla matematica, ho deciso di catalogarli utilizzando i quattro nuclei tematici che caratterizzano i contenuti dell'educazione matematica secondo le linee guida presenti nel progetto noto come "La matematica per il cittadino":

- Numeri e algoritmi;
- Spazio e figure;
- Relazioni e funzioni;
- Dati e previsioni.

In più sono stati aggiunti due oggetti che possono riferirsi alla Storia della matematica: il francobollo e il metro.

Gli artefatti vogliono rappresentare spunti di elaborazione di tematiche non sempre presenti nella didattica tradizionale ma, soprattutto, stimolare quei processi trasversali che fanno capo ai tre nuclei:

- Argomentare, congetturare, dimostrare;
- Misurare;
- Risolvere e porsi problemi.

Last but not least, i temi trattati si inseriscono in quella che viene definita didattica ludica e che si avvale di giochi e simulazioni. Per questo motivo numerosi oggetti hanno una versione anche digitale.

In questa sede non è ovviamente possibile visualizzare tutti gli oggetti e quindi mi limiterò ad una mera elencazione (in grassetto gli oggetti disponibili sul sito) e a tre schede di lavoro.


Oggetti matematici divisi per lettera


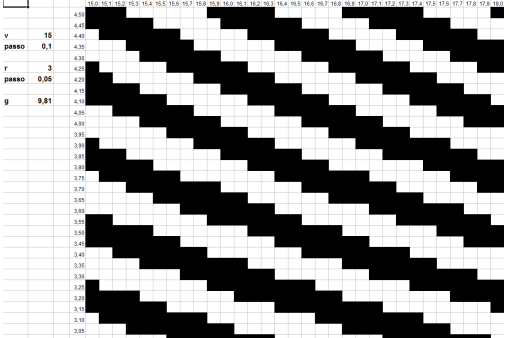
Oggetti	Contenuto
Abaco Achille & Tartaruga Asciuga verdura Autobotte	Numeri e algoritmi Relazioni e funzioni Relazioni e funzioni Relazioni e funzioni
Bastoncini di Nepero Bicicletta BigMac Biliardo Bomboletta Botte Bottoni Bullone e dado	Numeri e algoritmi Relazioni e funzioni Dati e previsioni Spazio e figure Spazio e figure Relazioni e funzioni Dati e previsioni Spazio e figure
Caleidoscopio Calendario Calendario Maya Carta millimetrata Carte Carte magiche Conchiglia Contachilometri Contapassi	Spazio e figure Numeri e algoritmi Numeri e algoritmi Spazio e figure Relazioni e funzioni Numeri e algoritmi Spazio e figure Relazioni e funzioni Relazioni e funzioni
Dadi Dischi Domino	Spazio e figure Spazio e figure Relazioni e funzioni
Educational Monkey Esapedone	Numeri e algoritmi Numeri e algoritmi
Fazzoletto Fotografia Francobollo Freccette	Relazioni e funzioni Spazio e figure <i>Storia matematica</i> Dati e previsioni
Geopiano Gettone Giallo Gioco guerra Goniometro righello Gps	Spazio e figure Dati e previsioni Relazioni e funzioni Dati e previsioni Spazio e figure Relazioni e funzioni
Hanoi	Numeri e algoritmi
Interruttore	Relazioni e funzioni
Labirinto Lacci	Relazioni e funzioni Spazio e figure
Macchina fotografica Mappa Mela Metro	Relazioni e funzioni Spazio e figure Relazioni e funzioni <i>Storia matematica</i>

Microfono Misura spaghetti Mole Monete Mucca	Relazioni e funzioni Spazio e figure Relazioni e funzioni Spazio e figure Relazioni e funzioni
Nani Nastro Möbius Neve Nodi	Dati e previsioni Spazio e figure Spazio e figure Spazio e figure
Orario ferroviario Orologio	Relazioni e funzioni Dati e previsioni
Paesaggi Palle cannone Pantografo Pallone Patata Pietra preghiera PinArt Porker Posizionatore di raffineria	Dati e previsioni Spazio e figure Spazio e figure Spazio e figure Spazio e figure Spazio e figure Relazioni e funzioni Dati e previsioni Relazioni e funzioni
Quinconce Quindici Quipu	Dati e previsioni Spazio e figure Numeri e algoritmi
Regolo Risiko Riso Roulette	Numeri e algoritmi Dati e previsioni Numeri e algoritmi Dati e previsioni
Sasso Scacchiera Segnale stradale Solitario orologio Stella Succhi frutta Sudoku	Relazioni e funzioni Dati e previsioni Relazioni e funzioni Numeri e algoritmi Spazio e figure Spazio e figure Numeri e algoritmi
Tangram Tetrapak TioPapel Topo Torcia elettrica Tris T-shirt	Spazio e figure Spazio e figure Relazioni e funzioni Spazio e figure Spazio e figure Numeri e algoritmi Numeri e algoritmi
Uovo Uovo Tangram	Spazio e figure Spazio e figure
Variatore Vinci per la vita	Relazioni e funzioni Dati e previsioni
Zebra Zero+1	Dati e previsioni Numeri e algoritmi

Esempi di schede di lavoro

C	Carte
	
<p>Una carta da gioco è tipicamente una tessera di forma rettangolare di carta pesante o di plastica, usata per giochi, cartomanzia, illusionismo. Un lato di ogni carta, il fronte o la faccia, porta dei segni che la distinguono dalle altre e determinano il suo uso nelle regole di un particolare gioco; l'altro, il dorso o il retro, è identico per tutte le carte di un mazzo, e generalmente presenta un motivo astratto. Nella maggioranza dei giochi, le carte sono raggruppate in un mazzo e il loro ordine è reso casuale mediante una procedura detta mescola, per fornire un elemento di casualità nel gioco e quindi le carte sono strettamente legate al concetto di probabilità. Anche per questo, diversi giochi di carte permettono di realizzare dei giochi d'azzardo.</p>	
<p>L'oggetto concreto</p>	<p>Un gioco di carte, basato sull'abilità, è quello di costruire un castello come quello in figura:</p>  <p>A questo punto possiamo porci alcune domande. Quante carte occorrono per costruire un castello di p piani? Utilizzando l'intero mazzo di 40 carte napoletane, quanto sarà alto il castello?</p>
<p>L'oggetto virtuale</p>	<p>Castello di carte.xls http://www.flashgames.it/castle.of.cards.html</p>
<p>Biblio/sitografia</p>	<p>Everitt B, Le leggi del caso, Utet, 2008, pagg. 58-68 Peres E, Febbre da gioco, Avverbi, 2000 http://it.wikipedia.org/wiki/Giochi_con_le_carte http://it.wikipedia.org/wiki/Carta_da_gioco</p>

Q	Quinconce	
		
<p>La macchina è un dispositivo messo a punto da Francis Galton per lo studio della distribuzione binomiale. L'apparato consiste in un piano verticale con dei chiodi perpendicolari al piano, e da una serie celle di raccolta.</p> <p>La macchina di Galton è detta anche Quinconce perché la disposizione interna dei chiodi ricorda il cinque espresso sulle facce dei dadi.</p>		
<p>L'oggetto concreto</p>	<p>L'esperimento consiste nel lasciar cadere delle palline dal vertice del "triangolo" formato dai chiodi per vedere come queste si dispongono nelle celle in basso. Le premesse dell'esperimento sono che gli spazi fra i chiodi sono di poco maggiori della biglia che cade, e che questa, nel suo tragitto, compia un solo rimbalzo per riga, con la sola possibilità di cadere a destra o a sinistra del chiodo. Ci chiediamo: c'è un collegamento tra il numero di file di chiodi/scanalature e il numero delle palline che cadono nelle singole scanalature? Se facciamo un esperimento notiamo che le palline tendono a "preferire" le scanalature centrali, perché? C'è un modello matematico per descrivere come cadono le palline? Se supponiamo che la deviazione che subisce una pallina all'urto avvenga in maniera casuale, allora il calcolo delle probabilità consente di determinare la distribuzione delle palline secondo il numero delle deviazioni a destra (p è la probabilità che la pallina "svolti" a destra.).</p> <p>Si tratta di un caso particolare della distribuzione binomiale, quella con parametro $p = 0.5$ ed $n =$ numero delle file di chiodi</p>	
<p>L'oggetto virtuale</p>	<p>Quinconce.jar Galton.xls</p>	
<p>Biblio/sitografia</p>	<p>http://it.wikipedia.org/wiki/Macchina_di_Galton http://cirdis.stat.unipg.it/files/macchina_galton/macchina_galton/index.html http://www.compadre.org/STP/document/ServeFile.cfm?ID=7407&DocID=553</p>	

Z	Zebra
	
<p>Cosa hanno in comune una zebra e una moneta? Apparentemente nulla, in realtà hanno entrambe "il manto a strisce".</p>	
<p>L'oggetto concreto</p>	<p>Immaginiamo di avere una moneta perfetta. Quando viene lanciata le impartiamo una velocità verticale v in cm/sec e una rapidità di rotazione r in giri/sec. La moneta impiega $2v/g$ secondi e $2rv/g$ rotazioni per tornare nella posizione iniziale, con g accelerazione dovuta alla gravità. Il confine tra testa e coda si ha esattamente a metà rotazione, indicando con N quest'intero si ha $N = 4vr/g$.</p> <p>Se io fossi in grado di determinare i valori dei parametri potrei determinare con certezza la faccia, ad esempio con $v = 16$ e $r = 4$ si avrà $N = 26$ il cui resto con divisore 2 dà 0. Se modifico di poco il valore di v e lo porto a 15,9 si avrà $N = 25$, il cui resto dà 1.</p> <p>Il rettangolo dei possibili valori si divide in strisce; nere per testa (1) e bianche per croce (0). In pratica posso controllare i valori di v e r solo entro certi limiti e quindi in realtà basta lanciare la moneta con una velocità lievemente diversa per ottenere l'altra faccia. Ogni lancio di una moneta è come il lancio di una freccetta su questo bersaglio "zebrato".</p> 
<p>L'oggetto virtuale</p>	<p>Zebra.xls</p>
<p>Biblio/sitografia</p>	<p>Stewart I, <i>Dio gioca a dadi?</i>, Bollati Boringhieri, 1993, pagg. 323-324</p>

Considerazioni finali

Come si è visto, ad ogni lettera dell'alfabeto è associato un oggetto, di cui viene fornita l'immagine. Un breve testo descrive l'artefatto oppure introduce un problema, in seguito è descritto l'oggetto concreto e vengono formulate una o più domande. Subito dopo viene mostrata la "virtualizzazione" dell'oggetto: si può trattare di un file costruito con un foglio elettronico, un eseguibile, un'animazione in Flash o un collegamento a pagine Web che prevedono simulazioni. In ogni pagina sono previsti alcuni essenziali riferimenti biblio/sitografici.

Questo per quanto riguarda l'organizzazione dei materiali, ma ben più importanti sono gli aspetti didattici.

In questo momento si parla molto di insegnamento per competenze, l'educazione matematica è essenziale per formare giovani che sappiano applicare conoscenze ed abilità al mondo reale. Per far ciò occorre sfatare il mito della matematica come puro impiego di segni e/o procedure. Cercare di identificare, nella vita quotidiana, oggetti e situazioni che ci parlano di una matematica diversa, realmente *embodied*, può essere una buona cura di quell'analfabetismo matematico che sembra affliggere buona parte della società.

Problemi stimolo, situazioni di gioco, simulazioni, l'utilizzo di strumenti diversi possono costituire un approccio motivante e motivato. In questo senso disporre di una "cassetta degli attrezzi" può essere fondamentale.

In molti anni di insegnamento nella scuola secondaria superiore, di docenza e tutoraggio in corsi di aggiornamento e formazione di insegnanti e futuri docenti ho raccolto o costruito numerosi "oggetti matematici".

L'ho fatto per curiosità, piacere, utilità, ma soprattutto perché ciò rappresenta la mia "filosofia", basata su alcune convinzioni:

1. l'insegnamento della matematica richiede uno sforzo di collegamento con la realtà;
2. il docente deve avere una buona conoscenza della propria disciplina e dei modelli di apprendimento in modo da costruirsi un proprio paradigma educativo;
3. la lettura di libri e articoli, la raccolta di informazioni in Internet, l'aggiornamento tecnologico è condizione necessaria per lo sviluppo di "buone pratiche", ma tutto ciò deve avere una valenza operativa, deve cioè costituire la base per una **cassetta degli attrezzi** da cui attingere.

Biblio/sitografia essenziale dei 21 oggetti

Abaco

Gardner M., Circo matematico, Sansoni, Firenze, 1981.

<http://it.wikipedia.org/wiki/Abaco>

<http://www2.polito.it/didattica/polymath/ICT/Htmls/Argomenti/Infoe/InfoeAbaco/Abaco.htm>

Bastoncini di Nepero

http://it.wikipedia.org/wiki/Bastoncini_di_Nepero

<http://www.tutorgig.com/ed/Rabdologia>

Carte

Everitt B., Le leggi del caso, Utet, Torino, 2008.

Peres E., Febbre da gioco, Avverbi, 2000.

http://it.wikipedia.org/wiki/Giochi_con_le_carte http://it.wikipedia.org/wiki/Carta_da_gioco

Dadi

[http://it.wikipedia.org/wiki/Dado_\(gioco\)](http://it.wikipedia.org/wiki/Dado_(gioco))

<http://www2.polito.it/didattica/polymath/htmlS/probegio/GAMEMATH/Dadi/DadiPeiretti.htm>

Esapedone

Gardner M., Enigmi e giochi matematici, Sansoni, Firenze, vol IV, 1975.

Drivet A.–Iavarone A., Introduzione al computer, Edisco, Torino, 1982.

<http://www.electroportal.net/g.schgor/wiki/articolo18>

Fazzoletto

Ore O., I grafi, Zanichelli, Bologna, 1965.

Doretti L., I grafi ad albero, Mursia, Milano, 1979.

Gritzmann P.–Brandenberg R., Alla ricerca della via più breve, Springer, Milano, 2005.

<http://it.wikipedia.org/wiki/Grafo>

http://it.wikipedia.org/wiki/Problema_dei_ponti_di_K%C3%B6nigsberg

Geopiano

AA.VV., Matemilano, Springer, Milano, 2004.

Hanoi

Gardner M., Enigmi e giochi matematici, Milano, BUR, 1987.

http://it.wikipedia.org/wiki/Torre_di_Hanoi

<http://www2.polito.it/didattica/polymath/htmlS/probegio/GAMEMATH/Hanoi/Hanoi.htm>

Interruttore

Holt MJ – McIntosh AJ, Matematica per non matematici, Sansoni, Firenze, 1978.

Cerasoli A. – Cerasoli M., Matematica, probabilità, statistica, Zanichelli, Bologna, vol. 1, 1989.

Lacci

<http://www.fieggem.com/shoelace/lacingmethods.htm>

Misuraspaghetti

Giusti E., La matematica in cucina, Bollati Boringhieri, 2004, Torino.

<http://www.giocomania.org/pagine/16040/pagina.asp>

<http://www2.stetson.edu/~efriedma/packing.html>

Nastro Möbius

Beutelspacher A. – Wagner M., Piegare e spiegare la matematica, Ponte alle Grazie, Milano, 2009.

http://it.wikipedia.org/wiki/Nastro_di_M%C3%B6bius
http://www2.polito.it/didattica/polymath/htmlS/argomento/Matematicae/Aprile_07/AnelliMoebius.htm
<http://utenti.quipo.it/base5/topologia/moebius.htm>

Orario ferroviario

http://it.wikipedia.org/wiki/Orario_grafico

Posizionatore di raffineria

Cerasoli M. – Drivet A., Matematica Probabilità Statistica, Zanichelli, Bologna, 1989, vol. 3.

<http://www.dm.unito.it/quadernididattici/2001d.html>

Quinconce

http://it.wikipedia.org/wiki/Macchina_di_Galton
http://cirdis.stat.unipg.it/files/macchina_galton/macchina_galton/index.html
<http://www.compadre.org/STP/document/ServeFile.cfm?ID=7407&DocID=553>

Risiko

<http://www.matematica.it/impedovo/articoli/risiko.pdf>
<http://www.fasce.it/paolo/risiko/default.asp>

Scacchiera

Eigen M. – Winkler R., Il gioco, Adelphi, Milano, 1986.

http://www2.polito.it/didattica/polymath/htmlS/argomento/Matematicae/Aprile_04/scacchi.html
http://www.matematicamente.it/giochi_e_gare/archivio_quesiti/scacchiera_200709161641/

Tetrapak

http://it.wikipedia.org/wiki/Tetra_Pak
<http://it.wikipedia.org/wiki/Tetraedro>

Uovo

Alcuino di York, Giochi matematici alla corte di Carlomagno, ETS, Pisa, 2005.

http://it.wikipedia.org/wiki/Uovo_di_Colombo

Variatore

Sangalli A., L'importanza di essere fuzzy, Bollati Boringhieri, Torino, 2000.

http://it.wikipedia.org/wiki/Logica_fuzzy
http://www.castelvecchieditore.com/spirale/mente_anima/estratti/fuzzylogic.html

Zebra

Stewart I., Dio gioca a dadi?, Bollati Boringhieri, Torino, 1993.